

remarques : Pour résoudre ce QCM, vous n'avez le droit à aucun documents. Certaines questions peuvent admettre plusieurs bonnes réponses. **Prénom / Nom :**

**Question 1 :** En notant  $\nabla f$  (qui se lit "nabla de f") le gradient de  $f$  (équivalent à la jacobienne étudiée en classe), la chain rule donne

- $\nabla(f_n \circ \dots \circ f_1)(x) = \nabla f_n(f_{n-1}) \times \dots \times \nabla f_1(x)$
- $\nabla(f_n \circ \dots \circ f_1)(x) = \nabla f_1(x) \times \dots \times \nabla f_n(f_{n-1}(\dots \circ f_1(x)))$
- $\nabla(f_n \circ \dots \circ f_1)(x) = \nabla f_n(f_{n-1}(\dots \circ f_1(x))) \times \dots \times \nabla f_1(x)$
- $\nabla(f_n \circ \dots \circ f_1)(x) = \nabla f_1(x) \times \dots \nabla f_n(x)$
- $\nabla(f_n \circ \dots \circ f_1)(x) = \nabla f_n(x) \times \dots \nabla f_1(x)$

**Question 2 :** Soient trois matrices  $A, B$  et  $C$  toutes de tailles  $n \times n$  et  $x \in \mathbb{R}^n$ , alors

- $x \mapsto A \times B \times C \times x$  est dérivable de Jacobienne  $A$
- $x \mapsto A \times B \times C \times x$  est dérivable de Jacobienne  $ABC$
- $x \mapsto A \times B \times C \times x$  admet  $n^2$  dérivées partielles
- $(A, B, C) \mapsto A \times B \times C \times x$  admet  $n^2$  dérivées partielles
- $(A, B, C) \mapsto A \times B \times C \times x$  admet  $3n^2$  dérivées partielles

**Question 3 :** Soit  $f$  une fonction composée dont la dernière fonction est une sigmoïde, *i.e.*  $f = \text{sigmoid} \circ f_L \circ \dots \circ f_1$  ou encore  $f(x) = \text{sigmoid}(f_L(\dots(f_1(x))))$ , alors

- $f(x) < 1$
- $\nabla f(x) < 1$
- $f(x) > 0$
- $\nabla f(x) > 0$

**Question 4 :** Montrer qu'il existe deux fonctions  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  et  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  telles que  $\forall x \in \mathbb{R} (f \circ g)'(x) > f'(x) \times g'(x)$  (indication : on peut considérer  $g$  croissante et positive)