

remarques : Pour résoudre ce QCM, vous n'avez le droit à aucun documents. Certaines questions peuvent admettre plusieurs bonnes réponses. **Prénom / Nom :**

Question 1 : En notant ∇f (qui se lit "nabla de f") le gradient de f (équivalent à la jacobienne étudiée en classe), la chain rule donne

- $\nabla(f_n \circ \dots \circ f_1)(x) = \nabla f_n(f_{n-1}) \times \dots \times \nabla f_1(x)$
- $\nabla(f_n \circ \dots \circ f_1)(x) = \nabla f_1(x) \times \dots \times \nabla f_n(f_{n-1}(\dots \circ f_1(x)))$
- $\nabla(f_n \circ \dots \circ f_1)(x) = \nabla f_n(f_{n-1}(\dots \circ f_1(x))) \times \dots \times \nabla f_1(x)$
- $\nabla(f_n \circ \dots \circ f_1)(x) = \nabla f_1(x) \times \dots \times \nabla f_n(x)$
- $\nabla(f_n \circ \dots \circ f_1)(x) = \nabla f_n(x) \times \dots \times \nabla f_1(x)$

Question 2 : Soient trois matrices A, B et C toutes de tailles $n \times n$ et $x \in \mathbb{R}^n$, alors

- $x \mapsto A \times B \times C \times x$ est dérivable de Jacobienne A
- $x \mapsto A \times B \times C \times x$ est dérivable de Jacobienne ABC
- $x \mapsto A \times B \times C \times x$ admet n^2 dérivées partielles
- $(A, B, C) \mapsto A \times B \times C \times x$ admet n^2 dérivées partielles
- $(A, B, C) \mapsto A \times B \times C \times x$ admet $3n^2$ dérivées partielles

Question 3 : Soit f une fonction composée dont la dernière fonction est une sigmoïde, *i.e.* $f = \text{sigmoid} \circ f_L \circ \dots \circ f_1$ ou encore $f(x) = \text{sigmoid}(f_L(\dots(f_1(x))))$, alors

- $f(x) < 1$
- $\nabla f(x) < 1$
- $f(x) > 0$
- $\nabla f(x) > 0$

Question 4 : Montrer qu'il existe deux fonctions $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ et $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telles que $\forall x \in \mathbb{R} (f \circ g)'(x) > f'(x) \times g'(x)$ (indication : on peut considérer g croissante et positive)